



EXAMENUL DE BACALAUREAT 2023

Proba E.c) Matematică M\_tehnologic, Simulare județeană

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. La toate subiectele se cer rezolvări complete.

Subiectul I

(30 puncte)

- 5p 1. Arătați că numărul  $a = \sqrt{(1-\sqrt{23})^2} - \sqrt{(1+\sqrt{23})^2}$  este număr întreg.
- 5p 2. Fie funcțiile  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + 2$ ,  $g(x) = x^2 - 1$ .  
Determinați punctele de intersecție ale graficelor celor două funcții.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x - 3^{x+1} + 3^{x+2} = 63$ .
- 5p 4. Determinați numărul elementelor unei mulțimi care are 21 de submulțimi cu exact 2 elemente.
- 5p 5. Determinați  $m \in \mathbb{R}$  astfel încât vectorii  $\vec{u} = m\vec{i} - 3\vec{j}$  și  $\vec{v} = (m-1)\vec{i} + 2\vec{j}$  să fie coliniari.
- 5p 6. Arătați că pentru orice  $x \in \mathbb{R}$  este adevărată egalitatea  $\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \sin x$ .

Subiectul II

(30 puncte)

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 6 & -4 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ .
- 5p a) Demonstrați că  $(I_2 + A)^2 = I_2 + A$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ .
- 5p b) Arătați că mulțimea  $\{A^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$  este finită.
- 5p c) Calculați  $\det(23 \cdot I_2 - A + A^2 - A^3 + \dots - A^{23})$ .
2. Pe  $\mathbb{R}$  se definește legea de compoziție  $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$ ,  $\forall x, y \in \mathbb{R}$ .
- 5p a) Să se arate că  $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1 \forall x, y \in \mathbb{R}$
- 5p b) Determinați mulțimea elementelor simetrizabile din  $\mathbb{R}$  față de legea de compoziție considerată.
- 5p c) Arătați că  $(-10) \circ (-9) \circ \dots \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 10 < 0$ .

Subiectul III

(30 puncte)

1. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \setminus \{-2\} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ .
- 5p a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ .
- 5p b) Determinați punctele de extrem ale funcției.
- 5p c) Scrieți ecuația asimptotei către  $+\infty$  la graficul funcției.
2. Se consideră funcțiile  $f, F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x(x^2 - 3x - 3)$ ,  $F(x) = e^x(x^2 - 5x + 2)$ .
- 5p a) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p b) Arătați că  $\int_{-2}^{-1} f(x) dx = \frac{8e - 16}{e^2}$ .
- 5p c) Determinați punctele de inflexiune ale graficului funcției  $F$ .